

UM4MEF11 – Numerical methods for fluid mechanics 1 (Méthodes numériques en mécanique des fluides 1)

Francesco Picella

2025-06-27 11:38:40 +0200

Informations générales

Title (EN)	Méthodes numériques en mécanique des fluides 1
Titre (FR)	Numerical methods for fluid mechanics 1
Nom du ou de la responsable de l'UE	Francesco Picella
ECTS	3
Semestre	Automne (S1)
Semester	Sept-Jan (S1)
Langue	Français/Anglais
Localisation	UPMC
Code de l'UE	UM4MEF11

Informations pédagogiques

Contenu (FR)

Course Objectives This course introduces numerical methods for solving linear partial differential equations (PDEs) encountered in fluid mechanics and related fields.

Emphasis is placed on: - Understanding and analyzing **finite difference methods**. - Developing numerical schemes with a solid theoretical foundation. - Hands-on coding in **Python** to explore the practical behavior of schemes. - Building the ability to **critically assess stability and accuracy**.

The course is balanced between **theoretical analysis** and **numerical implementation**.

Learning Outcomes By the end of this course, students will be able to:

- Discretize linear PDEs using finite-difference methods in multiple dimensions.
 - Implement **explicit** and **implicit time integration schemes**.
 - Analyze the **order of accuracy** and **stability** of numerical methods.
 - Select appropriate numerical techniques based on the PDE type.
 - Develop and validate simulation codes using **Python/Jupyter Notebooks**.
 - Identify, diagnose, and fix coding or modeling errors.
 - Present and interpret numerical results with clarity and rigor.
-

Course Content

- Review of numerical differentiation and the order of schemes.
 - Stability analysis for **ODE solvers**: error propagation, eigenvalue analysis.
 - Introduction to **von Neumann stability analysis** for PDEs.
 - **Diffusion equation**: discretization, error and stability criteria.
 - **Convection equation**: centered vs upwind schemes, stability trade-offs.
 - Generalization to **multidimensional problems** via approximate factorization.
 - Treatment of **boundary conditions** in numerical schemes.
 - Application: **2D convection-diffusion equation** — transport of a passive scalar.
-

Prerequisites

- Basic numerical analysis and programming
 - Background in finite difference methods at undergraduate (L3) level
-

Teaching Breakdown

Week	Lecture	Lab (Jupyter)
W1	2h	2h
W2	2h	2h
W3	2h	2h
W4	2h	2h
W5	2h	2h
W6	2h	2h
W7	2h	2h
W8	Written Exam	2h
W9	Practical Exam	2h

Assessment

Component	Weight
Python Jupyter Notebook (practical exam, 2h)	33%
Written Exam (theoretical understanding, 2h)	33%
Home Work (continuous assessment)	34%

□ **Important:** All submitted documents — including homeworks, notebooks, and reports — must include a **quantitative validation** of the results (e.g., comparison to reference solutions, theoretical benchmarks, or literature). Submissions **without such validation will not be considered valid**.

Pedagogical format Each session is composed of:

- **2 hours of theoretical lecture**, introducing and explaining a new topic or concept.
- **2 hours of hands-on practice** with Python and Jupyter Notebooks. Each lab includes:
 - A notebook containing a subject, tasks, and partial code.
 - Students (working individually) complete the implementation using knowledge gained during the lecture.

The completed Jupyter notebooks must be:

- Submitted via the course's **Moodle platform** before the following session.
 - Evaluated as **homework**, contributing to the **continuous assessment**.
- Homework submissions must also include **quantitative validation** of results in order to be considered complete and eligible for grading.
-

Tools and Languages

- Python
 - Jupyter Notebooks
 - NumPy, Matplotlib
 - Git (recommended for version control)
-

Recommended Reading

- **Randal LeVeque** (2007), *Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations*, SIAM.
- **Parviz Moin** (2010), *Fundamentals of Engineering Numerical Analysis*, Cambridge University Press.

Content (EN)

Objectifs du cours Ce cours introduit les méthodes numériques pour la résolution des équations aux dérivées partielles (EDP) linéaires rencontrées en mécanique des fluides et dans des domaines connexes.

L'accent est mis sur : - La compréhension et l'analyse des **méthodes des différences finies**. - Le développement de schémas numériques fondés sur des bases théoriques solides. - L'implémentation pratique en **Python** pour explorer le comportement des schémas. - Le développement d'un esprit critique pour évaluer la **stabilité et la précision** des méthodes.

Le cours est équilibré entre **analyse théorique** et **mise en œuvre numérique**.

Compétences acquises À l'issue du cours, les étudiants seront capables de :

- Discrétiser des EDP linéaires à l'aide de méthodes de différences finies en dimensions multiples.
 - Implémenter des schémas d'intégration en temps **explicites** et **implicites**.
 - Analyser l'**ordre de précision** et la **stabilité** des méthodes numériques.
 - Choisir les techniques numériques appropriées selon le type d'équation à résoudre.
 - Développer et valider des codes de simulation avec **Python / Jupyter Notebooks**.
 - Identifier, diagnostiquer et corriger les erreurs de modélisation ou de programmation.
 - Présenter et interpréter des résultats numériques de façon rigoureuse et claire.
-

Contenu du cours

- Rappels sur la dérivation numérique et l'ordre des schémas.
 - Analyse de stabilité des solveurs d'**EDO** : propagation d'erreur, analyse spectrale.
 - Introduction à l'**analyse de stabilité de von Neumann** pour les EDP.
 - **Équation de diffusion** : discrétisation, erreurs et critères de stabilité.
 - **Équation de convection** : schémas centrés vs décentrés, compromis stabilité/précision.
 - Généralisation aux **problèmes multidimensionnels** via factorisation approchée.
 - Prise en compte des **conditions aux limites** dans les schémas numériques.
 - Application : **équation de convection-diffusion 2D** — transport d'un scalaire passif.
-

Prérequis

- Analyse numérique de base et programmation
 - Connaissances en différences finies (niveau L3)
-

Répartition pédagogique

Semaine	Cours magistral	TP (Jupyter)
S1	2h	2h
S2	2h	2h
S3	2h	2h
S4	2h	2h
S5	2h	2h
S6	2h	2h
S7	2h	2h
S8	Examen écrit 2h	
S9	Examen pratique 2h	

Modalités d'évaluation

Épreuve	Pondération
Notebook Jupyter (examen pratique)	33%
Examen écrit (aspects théoriques, 2h)	33%
Devoirs maison (contrôle continu, 2h)	34%

□ **Important** : Tous les documents remis — devoirs, notebooks, rapports — doivent inclure une **validation quantitative** des résultats (comparaison à des solutions de référence, résultats théoriques, ou données de la littérature). Toute soumission **sans validation** ne sera pas considérée comme recevable.

Format pédagogique Chaque séance est organisée comme suit :

- **2 heures de cours magistral**, pour introduire et expliquer un nouveau concept.
- **2 heures de mise en pratique**, sous forme de notebooks Jupyter en Python. Chaque TP comprend :
 - Un sujet, des tâches, et une implémentation partielle du code.

- L'étudiant (en monôme) complète le notebook en s'appuyant sur les connaissances acquises en cours.

Les notebooks complétés doivent être :

- **Remis via la plateforme Moodle** avant la séance suivante.
 - Évalués dans le cadre du **contrôle continu**.
- Les devoirs maison doivent **impérativement contenir une validation quantitative** pour être considérés comme complets et notés.
-

Outils et langages

- Python
 - Jupyter Notebooks
 - NumPy, Matplotlib
 - Git (recommandé pour la gestion de version)
-

Bibliographie

- **Randal LeVeque** (2007), *Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations*, SIAM.
- **Parviz Moin** (2010), *Fundamentals of Engineering Numerical Analysis*, Cambridge University Press.

Mots clés (FR)

methodes numériques, timestepper, differences finies, stabilité, schémas numériques

Keywords (EN)

numerical methods for ODE and PDE, timestepper, finite differences, stability and numerical schemes

Prérequis (FR)

math-info

Pre-requisites (EN)

math-info

Modalité d'évaluation

epreuve theorique ecrite 33% epreuve calculeteur 33% devoir maison 34%

Assessment

written exam 33% practical exam 33% homework 34%

Bibliographie

- **Randal LeVeque** (2007), *Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations*, SIAM.
- **Parviz Moin** (2010), *Fundamentals of Engineering Numerical Analysis*, Cambridge University Press.

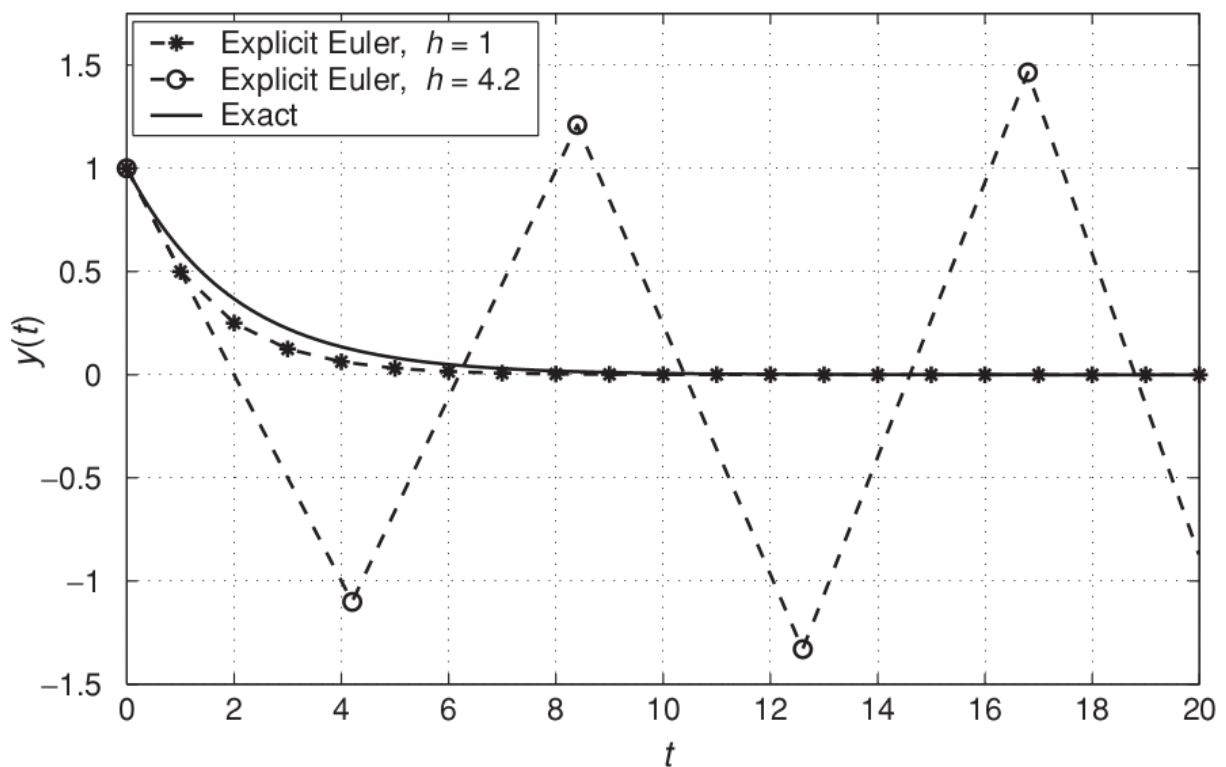


Figure 1: Figure

Version PDF